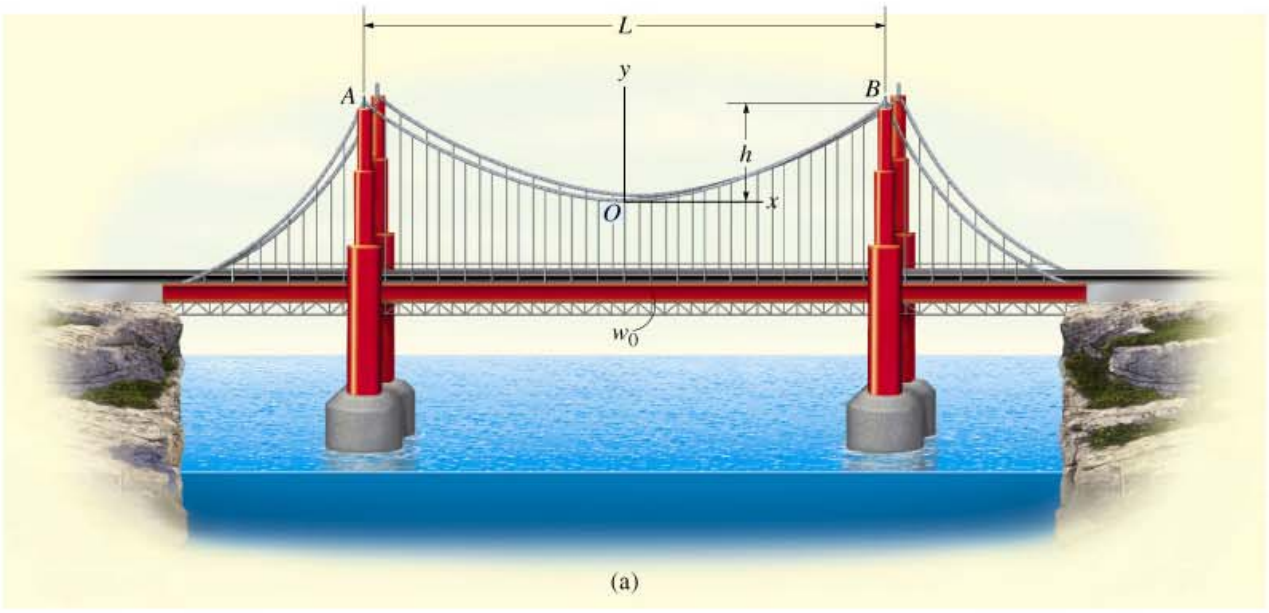
باسمه تعالی ۸۷/۲/۱۵

تحلیل نیرویی سازه ← خرپا

قاب، ماشین

کابلها



(a)

پلهای معلق، خطوط انتقال نیرو، تراموای برقی، مهار دکل ها

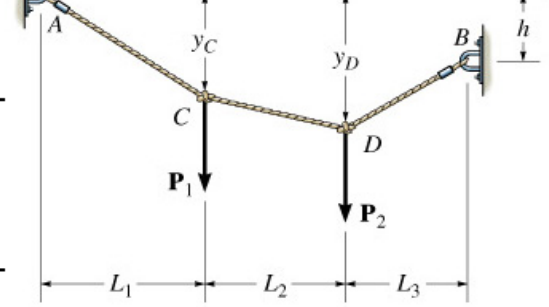
guyed tower

بررسی تعادل در کابلها ← ① تحت اثر بار متمرکز

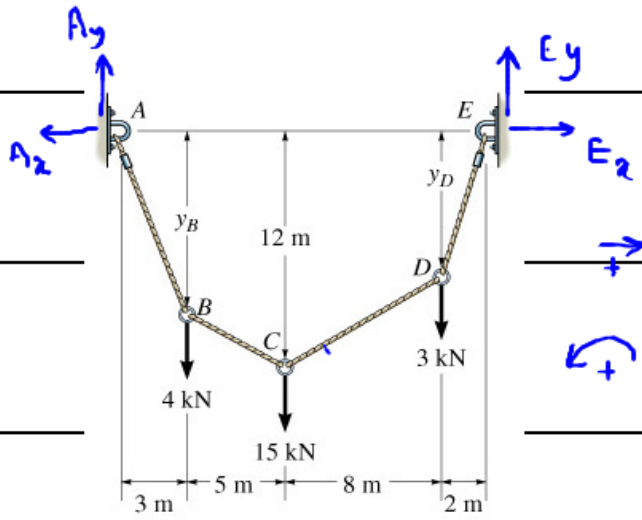
صرفنظر از وزن کابل در برابر بار متمرکز

- نیروی داخلی در هر نقطه، نیروی کششی در امتداد کابل

شکل کابل: قطعه قطعه مستقیم




مثال:




(a)

$\rightarrow \Sigma F_x = 0 \qquad A_x = E_x$

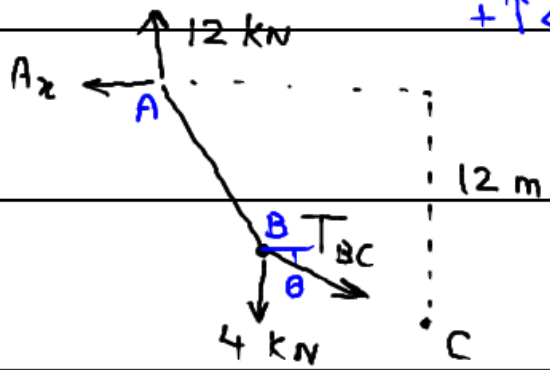
$\circlearrowleft \Sigma M_E = 0$

$-A_y \times 18 + 4 \times 15 + 15 \times 10 + 3 \times 2 = 0$

$A_y = 12 \text{ kN}$

$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \qquad 12 - 4 - 15 - 3 + E_y = 0$

$E_y = 10 \text{ kN}$




$\circlearrowleft \Sigma M_C = 0$

$4 \times 5 + A_x \times 12 - 12 \times 8 = 0$

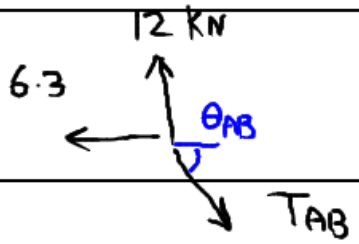
$A_x = 6.3 \text{ kN}$

$\rightarrow \Sigma F_x = 0 \qquad T_{BC} \cos\theta = 6.3$

$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \qquad 12 - 4 - T_{BC} \sin\theta = 0 \rightarrow T_{BC} \sin\theta = 8$

$\tan\theta = \frac{8}{6.3} = 1.27 \qquad \theta = 51.8^\circ$

$T_{BC} = \frac{6.3}{\cos 51.8} = 10.2 \text{ kN}$




$T_{AB} = \sqrt{6.3^2 + 12^2} = 13.6 \text{ kN}$

$\theta_{AB} = \tan^{-1} \frac{12}{6.3} = 62.3^\circ$

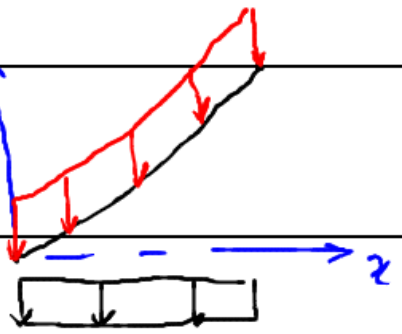
$$\frac{y_B}{3} = \frac{12}{6.3} \longrightarrow y_B = 5.7\ m$$

کابل : انعطاف پذیر ، تغییر شکل ناپذیر

← عدم ایجاد خمش در کابل ← ثابت طول کابل قبل و بعد از بارگذاری ثابت است.

② کابل تحت بارگسترده ← ۱-۲ تابع طول افقی کابل $w(x)$

۲-۲ تابع طول بدنی کابل (وتر) $w(s)$

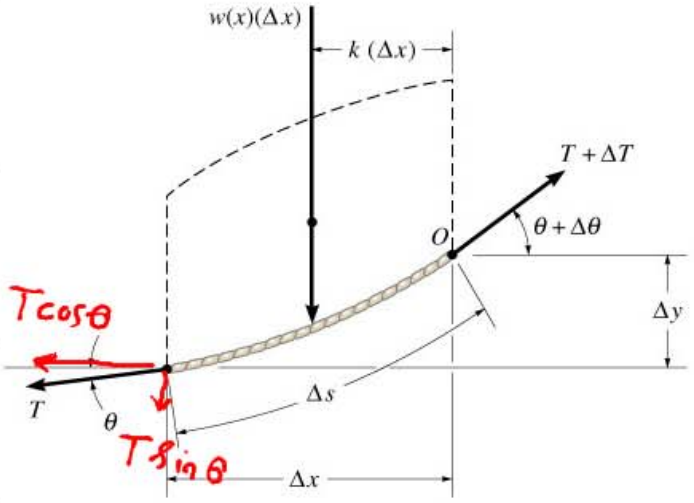



۲-۱- تحت بارگسترده در طول افقی کابل

نیروی داخلی در هر نقطه ، نیروی کشش است مماس بر بدنی کابل

شکل کابل بدنی : $w(x) = w_0$ ← سهمی

نیروی داخلی کابل در اندازه و جهت دائما تغییر می‌کند




$\rightarrow^{+} \sum F_x = 0$

$(T+\Delta T)\cos(\theta+\Delta\theta) - T\cos\theta = 0$

$d(T\cos\theta) = 0 \rightarrow T\cos\theta = F_H = ct$ (ثابت) (۱)

cosθ

- نیروی طناب وقتی بیشترین است که کمترین مقدار باشد

- تصویر افقی نیروی کابل همواره ثابت است

$+\uparrow \sum F_y = 0 \quad -T\sin\theta + (T+\Delta T)\sin(\theta+\Delta\theta) - w(x)\Delta x = 0$

$d(T\sin\theta) - w(x)\,dx = 0$

$d(T\sin\theta) = w(x)\,dx$

$T\sin\theta = \int w(x)\,dx$ (۲)

$w(x) = w_0 \quad T\sin\theta = w_0 x + C_1$

$\circlearrowleft^{+} \sum M_0 = 0 \quad (w(x)\Delta x)\,k\Delta x - T\cos\theta\,\Delta y + T\sin\theta\,\Delta x = 0$

$\frac{dy}{dx} = \tan\theta$ (۳)

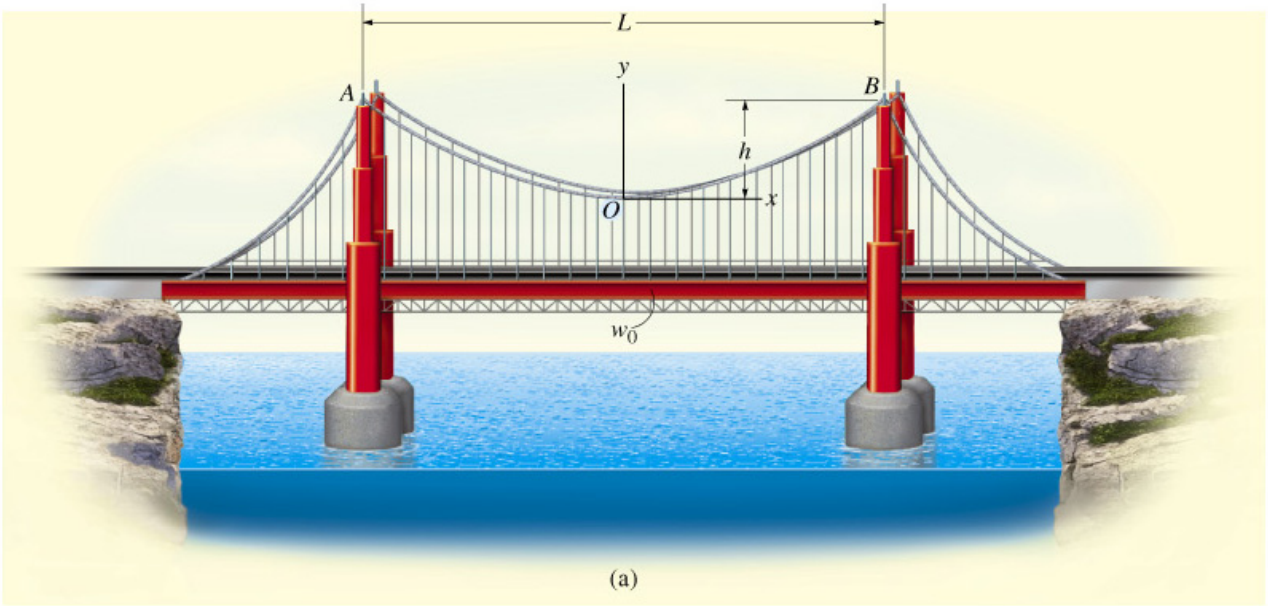
با تقسیم طرفین رابطه (۲) بر (۱) خواهیم داشت

(۴) $$\tan\theta = \frac{\int w(x)\,dx}{F_H} = \frac{dy}{dx} \rightarrow y = \frac{1}{F_H}\int\left(\int w(x)\,dx\right)dx$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{w(x)}{F_H}$$

$w(x) = w_0 \quad \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{w_0}{F_H} \rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{w_0}{F_H}x + C_1$

$$y = \frac{w_0 x^2}{2F_H} + C_1 x + C_2$$



(a)

$x=0, y=0 \rightarrow C_1 = C_2 = 0$

$x=0 \quad y'=0$

$$y = \frac{w_0 x^2}{2F_H} \qquad \frac{dy}{dx} = \frac{w_0 x}{F_x}$$

$x = \frac{L}{2} \quad y = h \quad$ sag

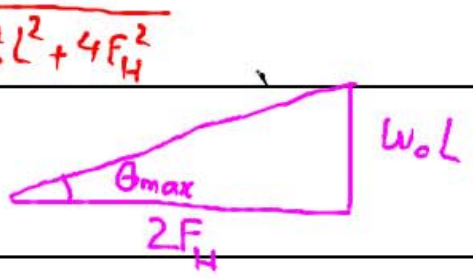
$$h = \frac{w_0 \frac{L^2}{4}}{2F_H} \rightarrow F_H = \frac{w_0 L^2}{8h}$$

$$y = \frac{w_0 x^2}{\frac{2 w_0 L^2}{8h}} = \frac{4hx^2}{L^2}$$

$$T\cos\theta = F_H = \frac{w_0 L^2}{8h}$$

$$\tan\theta = \frac{dy}{dx} = \frac{8hx}{L^2} = \quad \begin{cases} x = \frac{L}{2} \\ y = h \end{cases} \quad \tan\theta_{max} = \frac{8h\frac{L}{2}}{L^2} = \frac{4h}{L} = \frac{w_0 L}{2F_H}$$

$$T_{max} = \frac{F_H}{\cos\theta_{max}}$$




$$\cos\theta_{max} = \frac{2F_H}{\sqrt{w_0^2 L^2 + 4F_H^2}}$$

$$T_{max} = \frac{\sqrt{w_0^2 L^2 + 4F_H^2}}{2} = \frac{w_0 L}{2}\sqrt{1 + \left(\frac{L}{4h}\right)^2}$$

$$(ds)^2 = (dx)^2 + (dy)^2 \longrightarrow \left(\frac{ds}{dx}\right)^2 = 1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2$$

$$\frac{ds}{dx} = \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$$

$$ds = \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\, dx$$

$$\mathcal{L} = \int ds = 2\int_0^{\frac{L}{2}} \sqrt{1 + \left(\frac{8h}{L^2}x\right)^2}\, dx$$

$$\mathcal{L} = \frac{L}{2}\left[\sqrt{1+\left(\frac{4h}{L}\right)^2} + \frac{L}{4h}\sinh^{-1}\left(\frac{4h}{L}\right)\right]$$